Algorithme et tangente

On considère la fonction f définie sur $[-8\ ;\ 8]$ par $f(x)=\dfrac{-x^3+3x^2+10x-2}{\sqrt{10x^2+100}}$.

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

```
1  VARIABLES
2    a EST_DU_TYPE NOMBRE
3    h EST_DU_TYPE NOMBRE
4    m EST_DU_TYPE NOMBRE
5    p EST_DU_TYPE NOMBRE
6    yE EST_DU_TYPE NOMBRE
7    yF EST_DU_TYPE NOMBRE
8    b EST_DU_TYPE NOMBRE
9    x EST_DU_TYPE NOMBRE
10   z EST_DU_TYPE NOMBRE
11 DEBUT_ALGORITHME
12     //Tracé de la courbe représentative de f
13     x PREND_LA_VALEUR -8
14     TANT_QUE (x<8) FAIRE
15       DEBUT_TANT_QUE
16       z PREND_LA_VALEUR x+0.01
17       TRACER_SEGMENT (x,F1(x))->(z,[      ])
18       x PREND_LA_VALEUR [    ]
19       FIN_TANT_QUE
20     AFFICHER "Choix de l'abscisse a du point A dans l'intervalle [-5;7]"
21     LIRE a
22     //Trace le point A en vert
23     TRACER_POINT (a,[      ])
24     PAUSE
25     //On choisit pour h une valeur très proche de 0.
26     h PREND_LA_VALEUR 0.0000000001
27     //m est le coefficient directeur d'une droite T' très proche de la tangente T..
28     m PREND_LA_VALEUR ([              ])/h
29     //p est l'ordonnée à l'origine de la droite T'.
30     p PREND_LA_VALEUR [          ]
31     //Début d'affichage de l'équation réduite de la droite T'.
32     AFFICHER "T a pour équation y="
33     AFFICHER m
34     AFFICHER "x"
35     SI (p>0) ALORS
36       DEBUT_SI
37       AFFICHER "+"
38       FIN_SI
39     AFFICHER p
40     //Fin d'affichage de l'équation réduite de T'.
41     //yE est l'ordonnée du point E de T' qui a pour abscisse -8.
42     yE PREND_LA_VALEUR [       ]
43     //yF est l'ordonnée du point F de T' qui a pour abscisse 8.
44     yF PREND_LA_VALEUR [       ]
45     //Trace le segment [EF] en rouge
46     TRACER_SEGMENT (-8,yE)->([  ],[  ])
47 FIN_ALGORITHME
48 Fonction numérique utilisée :
49 F1(x)=(-x*x*x+3*x*x+10*x-2)/sqrt(10*x*x+100)
```

L'algorithme ci-dessus est incomplet. Il a pour objet de tracer sur un même graphique une ligne brisée qui est une bonne approximation de courbe $\mathcal{C}_f$ et une droite proche de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en un point A d'abscisse a choisi dans l'intervalle [-5 ; 7].
Dans cet algorithme la fonction f est déclarée ligne 49 sous le nom F1.

1. Recopiez (*sans les commentaires en gris*) et complétez cet algorithme avec AlgoBox (*voir les menus utilisés en annexe*), testez-le en prenant a= 4 et imprimez le graphique obtenu après l'avoir exporté en pdf.

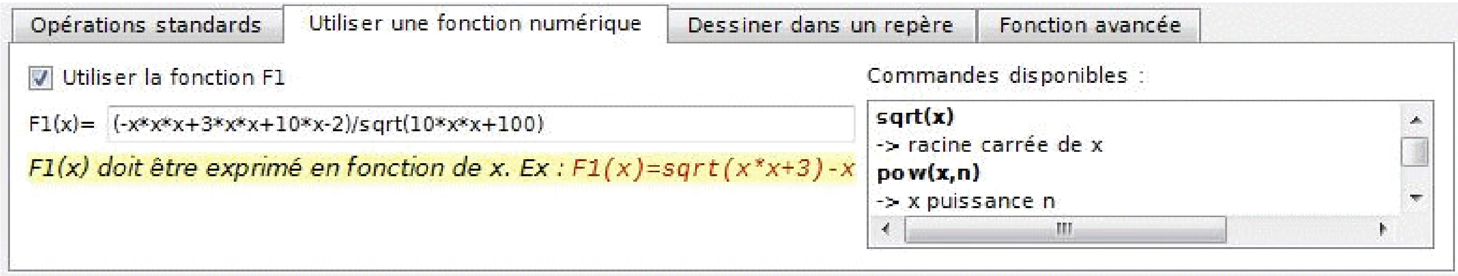
2. Testez à nouveau l'algorithme avec les valeurs $a=-1{,}021437$ et $a=2{,}707586$, puis à l'aide des résultats obtenus, sachant que $f(-8)\approx 22{,}267$ et $f(8)\approx -8{,}986$, dressez le tableau de variation de la fonction f avec des valeurs approchées à 10^{-3} près sans faire aucun calcul.

3. Tracer la courbe de la fonction f à l'aide de GeoGebra, ainsi le point A de $\mathcal{C}_f$ qui a pour abscisse 4 et la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A, et imprimer la figure.

4. Comparer l'équation de droite donnée par l'algorithme avec celle de la tangente tracée avec GeoGebra.

Annexe :

Pour déclarer la fonction F1 (égale à la fonction f):



Pour tracer le point A et les segments sur un graphique: